

Смер:



Име и презиме:

Пријавни број:

ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
 ЗА ПРИЈЕМНИ ИСПИТ, ЈУЛ 2015. (први термин)  
 - исписати поступак при решавању задатака или заокружити слово испред тачног одговора -

1. (3а) Одредити  $P(x) \cdot Q(x)$  ако је  $P(x) = x^2 - 2x + 5$  и  $Q(x) = x - 3$ .

$$\begin{aligned} (x^2 - 2x + 5)(x - 3) &= x^3 - 3x^2 - 2x^2 + 5x + 6x - 15 \\ &= x^3 - 5x^2 + 11x - 15 \end{aligned}$$

2. (8д) Скратити разломак:  $\frac{ab + ac - c^2 - bc}{bc + c^2 + 2ab + 2ac}$ .

$$\frac{a(b+c) - c(c+b)}{c(b+c) + 2a(b+c)} = \frac{(b+c)(a-c)}{(b+c)(c+2a)} = \frac{a-c}{c+2a}$$

3. (15) Цена робе смањена је за 25%. За колико процената треба снизити нову цену да би цена на крају била душло јефтинија од почетне цене?

Решење: а) 33,3%   б) 25%   в) 66,7%

$$x \cdot 0,75 \cdot p = x \cdot 0,5 \Rightarrow p = \frac{0,5}{0,75} = 0,667$$

$(1 - 0,667) \cdot 100 = 33,3\%$

4. (31) 16 радника могу да ураде један насип за 15 дана. После 4 дана разболе се два радника. За колико ће, због тога, закаснити изградња насипа?

Решење: а) 2 дана   б) 1,57 дана   в) 1,8 дана

$$x : 11 = 16 : 14$$

$$x = \frac{11 \cdot 16}{14} = 12,57 \text{ радника}$$

$$\begin{array}{r} 16 \text{ р. } 15 \text{ д.} \\ \hline 16 \text{ р. } 11 \text{ д.} \\ \downarrow \uparrow \\ 14 \text{ р. } x \end{array} \quad -4 \text{ дана}$$

5. (33д) Решити једначину:  $\frac{4x-1}{3} = \frac{4x-8}{6} + 1$ .

$$12,57 - 11 = 1,57$$

Решење: а)  $x = 0$    б)  $x = -1$    в)  $x = 1/2$

$$\begin{aligned} 8x - 2 &= 4x - 8 + 6 \\ 4x &= 0 \Rightarrow x = 0 \end{aligned}$$

6. (43) У функцији  $y = (3k + 6)x + k - 7$  одредити параметар  $k$  тако да функција буде растућа и да њен график сече негативни део  $y$ -осе.

Решење: а)  $k > 7$       б)  $k < -2$       в)  $-2 < k < 7$

$$\begin{aligned} 3k + 6 > 0 &\Rightarrow k > -2 \\ k - 7 < 0 &\Rightarrow k < 7 \end{aligned} \Rightarrow -2 < k < 7$$

7. (456) Решити систем једначина:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 23 \\ x - 2y = 1 \end{cases} \Rightarrow \boxed{x = 1 + 2y}$$

$$\begin{aligned} 2(1 + 2y) + 3y &= 23 \\ \Rightarrow 2 + 4y + 3y &= 23 \\ \Rightarrow 7y &= 21 \\ \Rightarrow \boxed{y = 3} &\Rightarrow \boxed{x = 7} \end{aligned} \quad (x, y) = (7, 3)$$

8. (53a) Решити неједначину:  $(x+1)(x+2) < (x-1)^2$ .

Решење: а)  $x < -1/5$       б)  $x > 5/2$       в)  $x < 3/4$

$$\begin{aligned} x^2 + 3x + 2 &< x^2 - 2x + 1 \\ \sqrt{x} < -1 &\Rightarrow x < -1/5 \end{aligned}$$

9. (59в) Упростити израз:  $\sqrt[6]{128 \cdot 7^8}$ .

$$\sqrt[6]{2^7 \cdot 7^8} = \sqrt[6]{2^6 \cdot 2 \cdot 7^6 \cdot 7^2} = 2 \cdot 7 \cdot \sqrt[6]{2 \cdot 7^2} = 14 \cdot \sqrt[6]{98}$$

10. (616) Рационалисати израз:  $\frac{\sqrt{7}}{2 - \sqrt{3}}$ .

Решење: а)  $\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{5}}$       б)  $\frac{\sqrt{7}}{2 + \sqrt{3}}$       в)  $2\sqrt{7} + \sqrt{21}$

$$\frac{\sqrt{7}}{2 - \sqrt{3}} \cdot \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{7} + \sqrt{21}}{4 - 3} = 2\sqrt{7} + \sqrt{21}$$

11. (63ж) Израчунати:  $\frac{6}{2 + 3i}$ .

Решење: а)  $\frac{2 + 3i}{6}$       б)  $\frac{12 - 18i}{13}$       в)  $\frac{11 + 3i}{5}$

$$\frac{6}{2 + 3i} \cdot \frac{2 - 3i}{2 - 3i} = \frac{12 - 18i}{4 + 9} = \frac{12 - 18i}{13}$$

12. (686) Решити следећу једначину:  $\frac{4x}{x+3} - \frac{4x}{x^2+4x+3} = 0$ .

Решење: а)  $x = 1/4$       б)  $x = 1$       в)  $x = 0$

$$0 = \frac{4x}{x+3} - \frac{4x}{(x+1)(x+3)} = \frac{4x(x+1) - 4x}{(x+1)(x+3)} = \frac{4x(x+1-1)}{(x+1)(x+3)} = \frac{4x^2}{(x+1)(x+3)} \Rightarrow x=0$$

13. (726) Решити квадратну неједначину:  $x^2 - 4x + 3 < 0$ .

Решење: а)  $x \in \{ \}$       б)  $x \in (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$       в)  $x \in (1, 3)$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$x_1 = 1, x_2 = 3$$

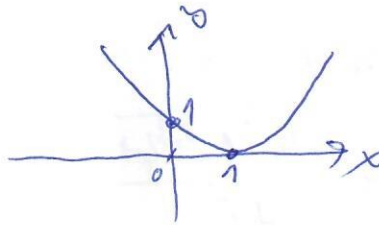


14. (74a) Конструисати график следеће функције и довести је на канонички облик:

$$y = x^2 - 2x + 1$$

$$y = (x-1)^2$$

$$T(1, 0)$$



15. (83a) Израчунати вредност израза:  $3 - \sin^2 \frac{\pi}{3} + 2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{2} - 5 \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{6}$ .

Решење: а)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$       б)  $\frac{\sqrt{3}}{6}$       в)  $\frac{7}{12}$

$$3 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 2 \cdot 0 - 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 3 - \frac{3}{4} - 5 \cdot \frac{1}{4} = 3 - \frac{3}{4} - \frac{5}{4} = 3 - \frac{8}{4} = 3 - 2 = 1$$

16. (84a) Одредити вредности остале три тригонометријске функције угла  $\alpha$  ако

је  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $(0 < \alpha < \frac{\pi}{2})$ .

$$\cos \alpha > 0 \quad \alpha \in I$$

$$\operatorname{tg} \alpha > 0$$

$$\operatorname{ctg} \alpha > 0$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$$

$$\cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{3/5}{4/5} = \frac{3}{4}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = 4/3$$

17. (94a) Решити следећу једначину:  $\sqrt[3]{a} = a^{\frac{3x+2}{2}}$ .

Решење: а)  $x = 4/3$       б)  $x = -4/9$       в)  $x = -2/9$

$$a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{3x+2}{2}} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{3x+2}{2} \Rightarrow 2 = 9x+6$$

$$\Rightarrow 9x = -4 \Rightarrow x = -4/9$$

18. (95б) Решити једначину:  $2^{x+1} + 2^{x+2} - 2^x = 10$ .

Решење: а)  $x = 2$       б)  $x = 1$       в)  $x = 0$

$$2^x(2+4-1) = 10 \Rightarrow 2^x \cdot 5 = 10 \Rightarrow 2^x = 2 \Rightarrow x = 1$$

19. (97ђ) Израчунати:  $\log_3 81 + 5 \log_{1/2} 16 - 3 \log_2 \frac{1}{32}$ .

Решење: а) 1      б) 0      в) -1

$$\log_3 3^4 + 5 \log_2 2^4 - 3 \log_2 3^{-5} = 4 - 5 \cdot 4 - 3 \cdot (-5) = -1$$

20. (100г) Решити једначину:  $\log x = 2 \log 4 + \frac{1}{3} \log 27 - \frac{1}{2} \log 64$ .

Решење: а)  $x = 1/6$       б)  $x = 6$       в)  $x = 1$

$$\begin{aligned} \log x &= \log \frac{4^2 \cdot \sqrt[3]{27}}{\sqrt{64}} \\ &= \log \frac{16 \cdot 3}{8} \\ &= \log 6 \Rightarrow x = 6 \end{aligned}$$



Смер:



Име и презиме:

Пријавни број:

ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
ЗА ПРИЈЕМНИ ИСПИТ, ЈУЛ 2015. (други термин)  
- исписати поступак при решавању задатака или заокружити слово испред тачног одговора -

1. (6a) Раставити на чиниоце следећи полином:  $m^2x - n^2x + m^2y - n^2y$ .

Решење: а)  $(m^2 + n^2)(x + y)$  б)  $(m - n)(m + n)(x + y)$  в)  $(m^2 - n^2)(x - y)$

$$\begin{aligned}x(m^2 - n^2) + y(m^2 - n^2) &= (m^2 - n^2)(x + y) \\ &= (m - n)(m + n)(x + y)\end{aligned}$$

2. (76) Израчунати вредност израза:  $\left(\frac{15}{6}\right)^{-1} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$ .

Решење: а) 32/45 б) 17/15 в) 23/12

$$\frac{6}{15} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{15} + \frac{4}{9} = \frac{12 + 20}{45} = \frac{32}{45}$$

3. (20) Повећати 15000 за 250%, а затим смањити за 75%.

Решење: а) 14250 б) 15255 в) 13125

$$15000 \cdot \left(1 + \frac{250}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{75}{100}\right) = 15000 \cdot 3,5 \cdot 0,25 = 13125$$

4. (27) Цена једног производа повећана је за 10%, а затим снижена за 10%. За колико процената се променила цена у односу на првобитну?

Решење: а) није се променила б) смањила се за 1% в) повећала се за 1%

$$x \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{10}{100}\right) = x \cdot 1,1 \cdot 0,9 = x \cdot 0,99 \quad \begin{aligned} &(1 - 0,99) \cdot 100 \\ &= 1\% \end{aligned}$$

5. (33b) Решити једначину:  $8 - 4x - \frac{2+3x}{6} = 3 - \frac{10x+5}{3}$ .

Решење: а)  $x = 25/7$  б)  $x = 9/7$  в)  $x = 38/7$

$$48 - 24x - 2 - 3x = 18 - 20x - 10$$

$$46 - 27x = 8 - 20x$$

$$38 = 7x \Rightarrow x = 38/7$$

6. (41a) Одредити параметар  $k$  тако да следећа функција буде растућа:

$$y = \frac{3k-1}{k-2}x + 2k - 1.$$

$$k \in (-\infty, 1/3) \cup (2, +\infty)$$

Решење: а)  $k \in (-\infty, 1/3) \cup (2, +\infty)$  б)  $k \in (1/3, 2)$  в)  $k \in \{ \}$

$$\frac{3k-1}{k-2} > 0$$

$$3k-1=0 \Rightarrow k=1/3$$

$$k-2=0 \Rightarrow k=2$$

$$\begin{array}{c|c|c|c} \frac{3k-1}{k-2} & - & + & + \\ \hline & \oplus & \ominus & \oplus \end{array}$$

7. (45h) Решити систем једначина:  $y : x = 3 : 5$   
 $8x - 9y = 26$

Решење: а)  $(x, y) = (15, 9)$  б)  $(x, y) = (5, 3)$  в)  $(x, y) = (10, 6)$

$$5y = 3x$$

$$8x - 9y = 26$$

$$1 \cdot 9$$

$$1 \cdot 5$$

$$45y = 27x$$

$$40x - 45y = 130$$

$$\Rightarrow 45y = 270$$

$$\Rightarrow 40x - 27x = 130 \Rightarrow x = 10$$

$$(x, y) = (10, 6)$$

8. (54d) Решити систем неједначина:  $2(x-3) - 2 > x$   
 $2(x-6) + 4 > 3(x-5) - 2$

Решење: а)  $x < 9$  б)  $8 < x < 9$  в)  $x > 8$

$$2x - 8 > x$$

$$2x - 8 > 3x - 17$$

$$x > 8$$

$$9 > x$$

$$\Rightarrow 8 < x < 9$$

9. (58г) Израчунати:  $\frac{4^{-2} \cdot 8^{-7}}{2^{-24}}$

$$\frac{(2^2)^{-2} \cdot (2^3)^{-7}}{2^{-24}} = \frac{2^{-4} \cdot 2^{-21}}{2^{-24}} = \frac{2^{-25}}{2^{-24}} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$$

Решење: а)  $1/2$  б)  $4$  в)  $2$

10. (61e) Рационалисати израз:  $\frac{3\sqrt{5} + 2\sqrt{7}}{3\sqrt{5} - 2\sqrt{7}}$

$$\frac{3\sqrt{5} + 2\sqrt{7}}{3\sqrt{5} - 2\sqrt{7}} \cdot \frac{3\sqrt{5} + 2\sqrt{7}}{3\sqrt{5} + 2\sqrt{7}} = \frac{(3\sqrt{5} + 2\sqrt{7})^2}{9 \cdot 5 - 4 \cdot 7} = \frac{9 \cdot 5 + 12\sqrt{35} + 4 \cdot 7}{45 - 28} = \frac{45 + 28 + 12\sqrt{35}}{17} = \frac{73 + 12\sqrt{35}}{17}$$

11. (63з) Извршити назначене операције:  $\frac{i}{1+i}$

Решење: а)  $\frac{-1-2i}{2}$  б)  $-1+i$  в)  $\frac{1+i}{2}$

$$\frac{i}{1+i} \cdot \frac{1-i}{1-i} = \frac{i-i^2}{1+i} = \frac{i+1}{2}$$

12. (67и) Решити следећу једначину:  $16x^2 - 8x + 1 = 0$ .

$$0 = 16x^2 - 8x + 1 = (4x - 1)^2 \Rightarrow 4x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{1}{4}$$


13. (72в) Решити квадратну неједначину:  $x^2 + 6x + 5 < 0$ .

Решење: а)  $x \in (-5, -1)$  б)  $x \in (-\infty, -5) \cup (-1, +\infty)$  в)  $x \in \{ \}$

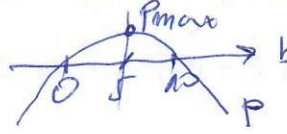
$$x^2 + 6x + 5 = 0$$

$$x_1 = -1, x_2 = -5$$


14. (80) Од свих правоугаоника обима 20 cm одредити онај који има највећу површину.



$$P = a \cdot b = b \cdot (10 - b) = 0 \rightarrow b = 0$$

$$\rightarrow b = 10$$


$$b = 5$$

$$\Downarrow$$

$$a = 5$$

$$0 = 2a + 2b = 20$$

$$a + b = 10$$

$$a = 10 - b$$

15. (83в) Израчунати вредност израза:  $3 \sin^2 \frac{\pi}{2} - 4 \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{4} - 3 \cos^2 \frac{\pi}{6} + 3 \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{2}$ .

$$3 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1^2 - 3 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 3 \cdot 0$$

$$= 3 - 4 - 3 \cdot \frac{3}{4} = -1 - \frac{9}{4} = -\frac{13}{4}$$

16. (86а) Доказати идентитет:  $\frac{1 - 2 \cos^2 \alpha}{2 \sin^2 \alpha - 1} = 1$ .

$$\frac{1 - 2(1 - \sin^2 \alpha)}{2 \sin^2 \alpha - 1} = \frac{1 - 2 + 2 \sin^2 \alpha}{2 \sin^2 \alpha - 1} = \frac{2 \sin^2 \alpha - 1}{2 \sin^2 \alpha - 1} = 1$$

17. (93в) Решити следећу једначину:  $8^x = 7^{x-1} + 7^x$ .

Решење: а)  $x = 0$  б)  $x = 1$  в)  $x = -1$

$$8^x = 7^x \cdot \frac{1}{7} + 7^x$$

$$8^x = 7^x \left(\frac{1}{7} + 1\right)$$

$$\frac{8^x}{7^x} = \frac{8}{7} \Rightarrow \left(\frac{8}{7}\right)^x = \frac{8}{7} \Rightarrow x = 1$$



18. (95в) Решити једначину:  $2 \cdot 4^{2x} - 17 \cdot 4^x + 8 = 0$ .

Решење: а)  $x_1 = -1/2$     б)  $x_1 = 1/2$     в)  $x_1 = 1/3$   
 $x_2 = 3/2$      $x_2 = -3/2$      $x_2 = -2/3$

$t = 4^x > 0$   
 $t^2 = 4^{2x}$

$2t^2 - 17t + 8 = 0$

$t_{1,2} = \frac{17 \pm \sqrt{289 - 64}}{4} = \frac{17 \pm 15}{4}$

$4^x = 2^{2x}$

$6_{11} = 8 \Rightarrow 2^3 = 2^{2x}$   
 $x = \frac{3}{2}$

$6_2 = 2^{-1} \Rightarrow 2^{-1} = 2^{2x}$   
 $x = -1/2$

19. (98ж) Трансформисати у збир следећи израз:  $\log_a(4a^3b \cdot \sqrt[7]{x^2y^5})$ .

$\log_a 4 + \log_a a^3 + \log_a b + \frac{1}{7}(2\log_a x + 5\log_a y)$   
 $= \log_a 4 + 3 + \log_a b + \frac{1}{7}(2\log_a x + 5\log_a y)$

20. (100а) Решити једначину:  $\log x - \log \frac{1}{x-1} - \log 2 = 0$ .

Решење: а)  $x = -1$     б)  $x = 4$     в)  $x = 2$

$\log x + \log(x-1) = \log 2$

$x > 0$  ( $\log x$ )  
 $x > 1$  ( $\log(x-1)$ )

$\log(x(x-1)) = \log 2$

$x^2 - x = 2$

$x^2 - x - 2 = 0$

$x_1 = -1$ ,  $x_2 = 2$



Смер:



Име и презиме:

Пријавни број:

ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
ЗА ПРИЈЕМНИ ИСПИТ, СЕПТЕМБАР 2015.

- исписати поступак при решавању задатака или заокружити слово испред тачног одговора -

1. (4в) Одредити  $P(x):Q(x)$  ако је:  $P(x) = x^2 - 3x + 7$ ,  $Q(x) = x - 1$ .

$$\begin{array}{r} (x^2 - 3x + 7) : (x - 1) = x - 2 \\ \underline{x^2 - x} \phantom{+ 7} \\ -2x + 7 \\ \underline{-2x + 2} \\ 5 \end{array}$$

2. (9в) Извршити назначене операције са разломцима:  $\frac{16x - x^2}{x^2 - 4} + \frac{3 + 2x}{2 - x} - \frac{2 - 3x}{x + 2}$ .

Решење: а)  $\frac{4x + 3}{x^2 - 4}$       б)  $\frac{5x - 2}{x^2 - 4}$       в)  $\frac{1}{x + 2}$

$$\frac{16x - x^2}{(x-2)(x+2)} - \frac{3+2x}{x-2} - \frac{2-3x}{x+2} = \frac{16x - x^2 - (3+2x)(x+2) - (2-3x)(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{16x - x^2 - 6 - 7x - 2x^2 + 4 + 3x^2 - 2x}{(x-2)(x+2)}$$

3. (20) Повећати 15000 за 250%, а затим смањити за 75%.

Решење: а) 9375      б) 13125      в) 14745

$$15000 \cdot \left(1 + \frac{250}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{75}{100}\right) = 13125$$

$$= \frac{x - 2}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{x+2}$$

4. (21а) Одредити  $x$  из пропорције:  $4\frac{4}{5} : \left(6\frac{3}{4} \cdot x\right) = 9\frac{1}{6} : 51\frac{9}{6}$ .

$$\frac{24}{5} : \left(\frac{27}{4} \cdot x\right) = \frac{55}{6} : \frac{315}{6}$$

$$4 \cdot 24 \cdot \frac{315}{61} = 5 \cdot 55 \cdot \frac{27}{6} \cdot x$$

$$\frac{24}{5} \cdot 315 = 55 \cdot \frac{27}{4} \cdot x$$

$$4 \cdot 8 \cdot 61 = 55 \cdot 9 \cdot x$$

$$x = \frac{1952}{495}$$

5. (33к) Решити једначину:  $(x + 2)^2 - (x - 3)^2 + (x + 4)^2 - (x + 1)^2 = 0$ .

Решење: а)  $x = 1$       б)  $x = -5/8$       в)  $x = 9/19$

$$\underline{x^2 + 4x + 4} - \underline{x^2 + 6x - 9} + \underline{x^2 + 8x + 16} - \underline{x^2 - 2x - 1} = 0$$

$$16x = -10 \Rightarrow x = -\frac{5}{8}$$

6. (42) У функцији  $y = (4k - 1)x - k + 3$  одредити параметар  $k$  тако да функција буде опадајућа и да њен график сече позитиван део  $y$ -осе.

Решење: а)  $k < 1/4$       б)  $k < 3$       в)  $1/4 < k < 3$

$$\begin{aligned} 4k - 1 < 0 &\Rightarrow k < 1/4 \\ 3 - k > 0 &\Rightarrow k < 3 \end{aligned} \Rightarrow k < 1/4$$

7. (50) Пре четири године, отац је био 6 пута старији од сина, а после 5 година биће 3 пута старији од сина. Колико сада има година отац, а колико син?

$x$  - број година оца  
 $y$  - број година сина

$$(x - 4) = 6 \cdot (y - 4)$$

$$(x + 5) = 3 \cdot (y + 5)$$

$$\begin{aligned} x - 4 &= 6y - 24 \\ x + 5 &= 3y + 15 \end{aligned}$$

$$\frac{3x + 5}{x} > 0$$

$$x - 6y = -20$$

$$x - 3y = 10$$

$$x = -20 + 6y$$

$$x - 3y = 10$$

$$\rightarrow -20 + 6y - 3y = 10$$

$$\Rightarrow 3y = 30$$

$$\Rightarrow y = 10$$

$$x = -20 + 6 \cdot 10$$

$$x = 40$$

8. (556) Решити неједначину:

Решење: а)  $x \in (-5/3, 0)$       б)  $x \in \{ \}$       в)  $x \in (-\infty, -5/3) \cup (0, +\infty)$

$$3x + 5 > 0$$

$$x > -5/3$$

$$x$$

$$x$$

$$x$$

$$x$$

$$x$$

$$x$$

$$x$$

$$x$$

$$x$$

9. (60в) Израчунати:  $\sqrt{x} \cdot \sqrt[8]{x^2} \cdot \sqrt[6]{x^5}$ .

Решење: а)  $x^{7/12}$

б)  $x^{19/12}$

в)  $x^{39/24}$

$$\sqrt[24]{x^{12} \cdot x^6 \cdot x^{20}} = \sqrt[24]{x^{38}} = x^{\frac{38}{24}} = x^{\frac{19}{12}}$$

10. (61н) Рационалисати израз:  $\frac{-8}{2\sqrt{3} + 6}$ .

Решење: а)  $\frac{2\sqrt{3} - 6}{3}$

б)  $\frac{2\sqrt{3} + 3}{3}$

в)  $\frac{4\sqrt{3} - 2}{3}$

$$\frac{-8}{2\sqrt{3} + 6} \cdot \frac{2\sqrt{3} - 6}{2\sqrt{3} - 6} = \frac{-16\sqrt{3} + 48}{4 \cdot 3 - 36} = \frac{48 - 16\sqrt{3}}{-24} = \frac{6 - 2\sqrt{3}}{-3} = \frac{2\sqrt{3} - 6}{3}$$

11. (65а) Израчунати вредност израза:  $\frac{z^2}{z+1}$  где је  $z = 5 + 2i$ .

Решење: а)  $\frac{17 - i}{20}$

б)  $\frac{62 + 19i}{10}$

в)  $\frac{83 + 39i}{20}$

$$z^2 = (5 + 2i)^2 = 25 + 20i - 4 = 21 + 20i$$

$$= \frac{166 + 78i}{40} = \frac{83 + 39i}{20}$$

$$z + 1 = 6 + 2i$$

$$\frac{z^2}{z+1} = \frac{21 + 20i}{6 + 2i} \cdot \frac{6 - 2i}{6 - 2i} = \frac{126 - 42i + 120i + 40}{36 + 4}$$

12. (69г) Саставити квадратну једначину чија су решења:  $x_1 = 2 + 3i$ ,  $x_2 = 2 - 3i$ .

$$0 = (x - x_1)(x - x_2)$$

$$= (x - 2 - 3i)(x - 2 + 3i)$$

$$= (x - 2)^2 - (3i)^2 = x^2 - 4x + 4 - 9i^2$$

$$= x^2 - 4x + 4 + 9 \Rightarrow x^2 - 4x + 13 = 0$$

13. (72д) Решити квадратну неједначину:  $x^2 + 6x + 10 > 0$ .

Решење: а)  $x \in (2, 5)$  б)  $x \in (-\infty, 2) \cup (5, +\infty)$  в)  $x \in (-\infty, +\infty)$

$$x^2 + 6x + 10 = (x + 3)^2 + 1 > 0$$

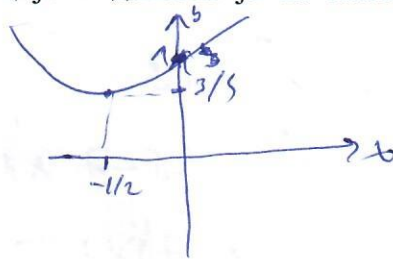
$$x \in \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$$

14. (75а) Конструисати график следеће функције и довести је на канонички облик:  $y = x^2 + x + 1$ .

$$y = x^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$$

$$\Delta \left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$$



15. (82г) Израчунати вредност израза  $\frac{5\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{6} + \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{4}}{\sin^2 \frac{\pi}{3} - 2\operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{4}}$ .

Решење: а)  $-64/7$  б)  $-32/15$  в)  $18/13$

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} = 1 \quad \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} = 1$$

$$\frac{5 \cdot \frac{1}{3} + 1}{\frac{3}{4} - 2 \cdot 1} = \frac{\frac{8}{3}}{-\frac{5}{4}} = -\frac{32}{15}$$

16. (89г) Одредити сва решења једначине:  $\sin \alpha = \sqrt{3}/2$ .

$$\sin \alpha > 0$$

$$\alpha \in I \quad \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\alpha \in II \quad \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}$$

17. (94в) Решити једначину:  $100 \cdot 10^{2x-1} = 1000^{3/4}$ .

Решење: а)  $x = 0$  б)  $x = 5/8$  в)  $x = 13/8$

$$10^2 \cdot 10^{2x-1} = 10^{3 \cdot \frac{3}{4}} \Rightarrow 2 + 2x - 1 = \frac{9}{4} \Rightarrow 2x = \frac{5}{4} \Rightarrow x = \frac{5}{8}$$

18. (95д) Решити следећу једначину:  $5^{2x} - 3^x - 15 \cdot 25^x + 15 \cdot 3^x = 0$ .

Решење: а)  $x = 0$  б)  $x = 3$  в)  $x = 1$



19. (97з) Израчунати:  $\log_{0.25} \sqrt[4]{2^3}$ .

Решење: а)  $-3/8$  б)  $3/2$  в)  $-3/2$

$$\log_{\frac{1}{4}} 2^{\frac{3}{4}} = \frac{3}{4} \log_{\frac{1}{4}} 2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{-2} \log_2 2 = -\frac{3}{8}$$

20. (100ђ) Решити једначину:  $\frac{\log(35-x^3)}{\log(5-x)} = 3$ .

Решење: а)  $x_1 = 1, x_2 = 2$  б)  $x_1 = 1, x_2 = 3$  в)  $x_1 = 2, x_2 = 3$

$$\log(35-x^3) = 3 \cdot \log(5-x)$$

$$35-x^3 = (5-x)^3$$

$$35-x^3 = 125 - 75x + 15x^2 - x^3$$

$$0 = 15x^2 - 75x + 90 \quad /: 15$$

$$0 = x^2 - 5x + 6$$

$$0 = (x-2)(x-3)$$

↓

$$x_1 = 2, x_2 = 3$$

$$35 - 2^3 > 0 \quad 35 - 3^3 > 0$$

$$5 - 2 > 0$$

$$5 - 3 > 0$$

Смер:



Име и презиме:

Пријавни број:

ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
ЗА ПРИЈЕМНИ ИСПИТ, ОКТОБАР 2015.

- исписати поступак при решавању задатака или заокружити слово испред тачног одговора -

1. (3a) Одредити  $P(x) \cdot Q(x)$  ако је  $P(x) = x^2 - 2x + 5$  и  $Q(x) = x - 3$ .

$$\begin{aligned}(x^2 - 2x + 5) \cdot (x - 3) &= x^3 - 3x^2 - 2x^2 + 6x + 5x - 15 \\ &= x^3 - 5x^2 + 11x - 15\end{aligned}$$

2. (76) Израчунати вредност израза:  $\left(\frac{15}{6}\right)^{-1} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$ .

Решење: а) 32/45      б) 17/15      в) 23/12

$$\frac{6}{15} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{15} + \frac{4}{9} = \frac{12 + 20}{45} = \frac{32}{45}$$

3. (20) Повећати 15000 за 250%, а затим смањити за 75%.

Решење: а) 9375      б) 13125      в) 14745

$$15000 \cdot \left(1 + \frac{250}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{75}{100}\right) = 15000 \cdot 3,5 \cdot 0,25 = 13125$$

4. (31) 16 радника могу да ураде један насип за 15 дана. После 4 дана разболе се два радника. За колико ће, због тога, закаснити изградња насипа?

Решење: а) 2 дана      б) 1,57 дана      в) 1,8 дана

16 р. 15 д. → 4 дана      ↓ 16 р. 11 д.      X

$$X : 11 = 16 : 14$$
$$X = \frac{11 \cdot 16}{14} = 12,57 \text{ дана}$$
$$12,57 - 11 = 1,57$$

5. (33b) Решити једначину:  $8 - 4x - \frac{2+3x}{6} = 3 - \frac{10x+5}{3}$  ./. 6

Решење: а)  $x = 25/7$       б)  $x = 9/7$       в)  $x = 38/7$

$$\begin{aligned}48 - 24x - 2 - 3x &= 18 - 20x - 10 \\ 46 - 27x &= 8 - 20x \\ 38 &= 7x \Rightarrow x = 38/7\end{aligned}$$

6. (456) Решити систем једначина:  $2x + 3y = 23$   
 $x - 2y = 1 \Rightarrow X = 1 + 2y$

Решење: а)  $(x, y) = (7, 3)$  б)  $(x, y) = (1, 7)$  в)  $(x, y) = (9, 4)$   $(x, y) = (7, 3)$

$$2(1+2y) + 3y = 23$$

$$\Rightarrow 2 + 4y + 3y = 23 \Rightarrow 7y = 21 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow X = 7$$

7. (54д) Решити систем неједначина:  $2(x-3) - 2 > x$   
 $2(x-6) + 4 > 3(x-5) - 2$

Решење: а)  $x < 9$  б)  $8 < x < 9$  в)  $x > 8$

$$2x - 8 > x$$

$$2x - 8 > 3x - 17$$


---


$$x > 8$$

$$9 > x \Rightarrow 8 < x < 9$$

8. (60в) Израчунати:  $\sqrt{x} \cdot \sqrt[8]{x^2} \cdot \sqrt[6]{x^5}$ .

Решење: а)  $x^{9/12}$  б)  $x^{19/12}$  в)  $x^{39/24}$

$$\sqrt[24]{x^{12} \cdot x^6 \cdot x^{20}} = \sqrt[24]{x^{38}} = \sqrt[24]{x^{24} \cdot x^{14}} = x \cdot \sqrt[24]{x^{14}} = x \cdot x^{\frac{14}{24}} = x \cdot x^{\frac{7}{12}} = x^{\frac{19}{12}}$$

9. (61е) Рационалисати израз:  $\frac{3\sqrt{5} + 2\sqrt{7}}{3\sqrt{5} - 2\sqrt{7}}$ .

$$\frac{3\sqrt{5} + 2\sqrt{7}}{3\sqrt{5} - 2\sqrt{7}} \cdot \frac{3\sqrt{5} + 2\sqrt{7}}{3\sqrt{5} + 2\sqrt{7}} = \frac{(3\sqrt{5} + 2\sqrt{7})^2}{9 \cdot 5 - 4 \cdot 7} = \frac{9 \cdot 5 + 12\sqrt{35} + 4 \cdot 7}{45 - 28}$$

$$= \frac{45 + 28 + 12\sqrt{35}}{17} = \frac{73 + 12\sqrt{35}}{17}$$

10. (63ж) Израчунати:  $\frac{6}{2+3i}$ .

Решење: а)  $\frac{2+3i}{6}$  б)  $\frac{12-18i}{13}$  в)  $\frac{11+3i}{5}$

$$\frac{6}{2+3i} \cdot \frac{2-3i}{2-3i} = \frac{12-18i}{4+9} = \frac{12-18i}{13}$$

11. (69г) Саставити квадратну једначину чија су решења:  $x_1 = 2 + 3i$ ,  $x_2 = 2 - 3i$ .

$$\textcircled{0} = (x - (2 + 3i))(x - (2 - 3i))$$

$$= (x - 2 - 3i)(x - 2 + 3i)$$


$$= (x - 2)^2 - (3i)^2$$

$$= x^2 - 4x + 4 - 9 \cdot (-1) = x^2 - 4x + 13$$



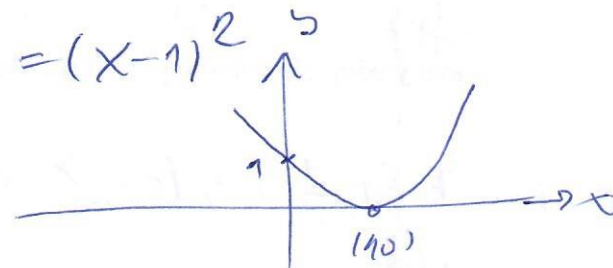
12. (72в) Решити квадратну неједначину:  $x^2 + 6x + 5 < 0$ .

Решење: а)  $x \in (-5, -1)$  б)  $x \in (-\infty, -5) \cup (-1, +\infty)$  в)  $x \in \{ \}$


$$\begin{aligned} x^2 + 6x + 5 &= x^2 + x + 5x + 5 \\ &= x(x+1) + 5(x+1) \\ &= (x+1)(x+5) = 0 \\ x_1 &= -1, x_2 = -5 \end{aligned}$$


$x \in (-5, -1)$

13. (74а) Конструисати график следеће функције и довести је на канонички облик:  $y = x^2 - 2x + 1$ .

$$y = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$$


14. (80) Од свих правоугаоника обима 20 cm одредити онај који има највећу површину.



$$P = a \cdot b = (10-b) \cdot b$$

$$\begin{aligned} 0 &= 2a + 2b = 20 \\ a + b &= 10 \\ a &= 10 - b \end{aligned}$$



15. (82г) Израчунати вредност израза  $\frac{5\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{6} + \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{4}}{\sin^2 \frac{\pi}{3} - 2\operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{4}}$ .

Решење: а)  $-64/7$  б)  $-32/15$  в)  $18/13$

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} = 1$$

$$\frac{5 \cdot \frac{1}{3} + 1}{\frac{3}{4} - 2 \cdot 1} = \frac{\frac{8}{3}}{-\frac{5}{4}} = -\frac{32}{15}$$

16. (86а) Доказати идентитет:  $\frac{1 - 2(1 - \sin^2 \alpha)}{2\sin^2 \alpha - 1} = 1$ .

$$\frac{1 - 2(1 - \sin^2 \alpha)}{2\sin^2 \alpha - 1} = \frac{1 - 2 + 2\sin^2 \alpha}{2\sin^2 \alpha - 1} = \frac{2\sin^2 \alpha - 1}{2\sin^2 \alpha - 1} = 1$$

17. (94в) Решити једначину:  $100 \cdot 10^{2x-1} = 1000^{3/4}$ .

Решење: а)  $x = 0$       б)  $x = 5/8$       в)  $x = 13/8$

$$10^{2+2x-1} = 10^{3 \cdot \frac{3}{4}} \Rightarrow 1+2x = \frac{9}{4} \Rightarrow 2x = \frac{5}{4} \Rightarrow x = \frac{5}{8}$$

18. (95в) Решити једначину:  $2 \cdot 4^{2x} - 17 \cdot 4^x + 8 = 0$ .  $t = 4^x > 0, t^2 = 4^{2x}$

Решење: а)  $x_1 = -1/2$   
 $x_2 = 3/2$       б)  $x_1 = 1/2$   
 $x_2 = -3/2$       в)  $x_1 = 1/3$   
 $x_2 = -2/3$

$$2t^2 - 17t + 8 = 0, \quad t_1 = 8 = 2^3 = 2^{2x} \Rightarrow x = 3/2$$
$$t_2 = 2^{-1} = 2^{2x} \Rightarrow x = -1/2$$

19. (98ж) Трансформисати у збир следећи израз:  $\log_a(4a^3b \cdot \sqrt[7]{x^2y^5})$ .

$$\log_a 4 + 3 + \log_a b + \frac{1}{7}(2\log_a x + 5\log_a y)$$

20. (100г) Решити једначину:  $\log x = 2\log 4 + \frac{1}{3}\log 27 - \frac{1}{2}\log 64$ .

Решење: а)  $x = 1/6$       б)  $x = 6$       в)  $x = 1$

$$\log x = \log \frac{4^2 \cdot \sqrt[3]{27}}{\sqrt{64}}$$

$$= \log \frac{4^2 \cdot 3}{8}$$

$$= \log \frac{16 \cdot 3}{8}$$

$$= \log 6 \Rightarrow x = 6$$